

POLITECHNIKA



BIAŁOSTOCKA

WYDZIAŁ



**INŻYNIERII
ZARZĄDZANIA**

KATEDRA ZARZĄDZANIA PRODUKCJĄ

Instrukcja do zajęć laboratoryjnych z przedmiotu:

FIZYKA

Kod przedmiotu: IS01137

Ćwiczenie Nr 9

**Wyznaczanie współczynnika lepkości
cieczy na podstawie prawa Stokesa**

Autor:

dr inż. Krzysztof Kamil Żur

dr inż. Wojciech Jarmoc

mgr inż. Patrycja Rogowska

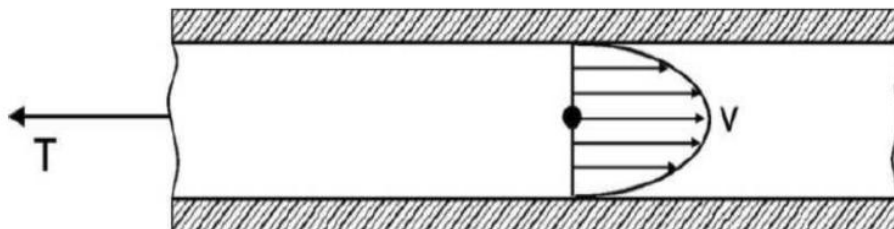
Białystok 2019

Wszystkie prawa zastrzeżone

Wszystkie nazwy handlowe i towarów występujące w niniejszej instrukcji są znakami towarowymi zastrzeżonymi lub nazwami zastrzeżonymi odpowiednich firm odnosnych właścicieli.

1. Podstawy teoretyczne

Podczas przepływu cieczy lub gazów istotną rolę odgrywa ich lepkość, nazywana tarciem wewnętrznym występującym w całej objętości cieczy lub gazu. Jeżeli rozpatrzmy przepływ cieczy przez rurkę, wówczas zaobserwujemy, że najszybciej przepływa ciecz środkiem rurki, natomiast w miarę zbliżania się ku ściance prędkość stopniowo maleje, aż na samej ściance staje się równa zero (rys.1).



Rys. 1. Rozkład prędkości w cieczy lepkiej

Oznacza to, że pojedyncze warstewki cieczy ślizgają się względem siebie. Musi zatem istnieć opór poślizgu, tzw. opór lepkości T . Opór T jest proporcjonalny do powierzchni S ślizgających się po sobie warstewek oraz do gradientu prędkości (zmiana prędkości na jednostkę odległości od środka rurki). Siłę T można więc opisać wzorem:

$$T = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta l}. \quad (1.1)$$

Współczynnik proporcjonalności η nazywamy współczynnikiem lepkości cieczy, który po przekształceniach ma postać:

$$\eta = \frac{T}{S \frac{\Delta v}{\Delta l}} \left[\frac{Ns}{m^2} = Pa \cdot s \right]. \quad (1.2)$$

Jednostką współczynnika lepkości jest 1 pazu = $\frac{Ns}{m^2}$. Jeden pazu jest więc liczbowo równy sile oporu lepkości z jaką mamy do czynienia przy powierzchni $S=1 \text{ m}^2$ i gradientie prędkości $\frac{\Delta v}{\Delta m} = 1 \frac{m}{s \cdot m}$.

Opór lepkości cieczy występuje w dwóch zasadniczych typach zjawisk:

- przy ruchu cieczy względem nieruchomych ścianek;
- przy ruchu ciała względem nieruchomej cieczy.

Współczynnik lepkości zależy natomiast od:

- rodzaju cieczy – dla każdej cieczy posiada inną wartość, gdyż inne są siły międzycząsteczkowe;
- od temperatury cieczy – maleje ze wzrostem temperatury, bowiem w wyższej temperaturze cząsteczki poruszają się z większymi prędkościami, co osłabia siły międzycząsteczkowe.

Zależność współczynnika lepkości od temperatury jest funkcją wykładniczą

$$\eta = Ae^{B/T}. \quad (1.3)$$

W tabeli 1 przedstawiono zależność współczynnika lepkości dynamicznej wody od temperatury a na rys.2 przedstawiono wykres funkcji $\eta(T)$.

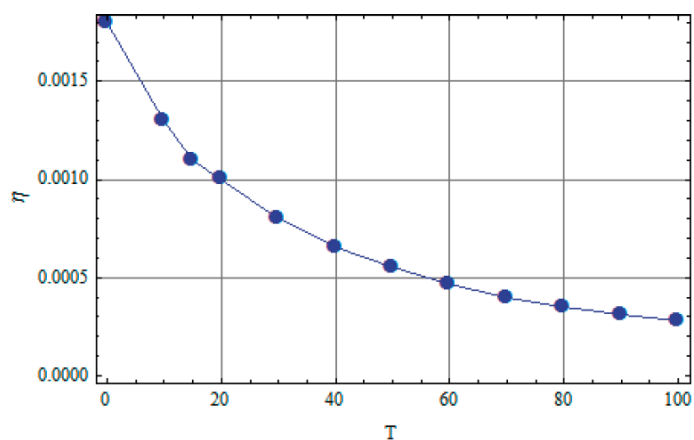
W tabeli 2 przedstawiono zależność gęstości wody od temperatury a na rys.3 przedstawiono wykres funkcji $\rho(T)$.

Tabela 1. Wartość współczynnika lepkości η [Pa*s] wody dla wybranych wartości temperatury

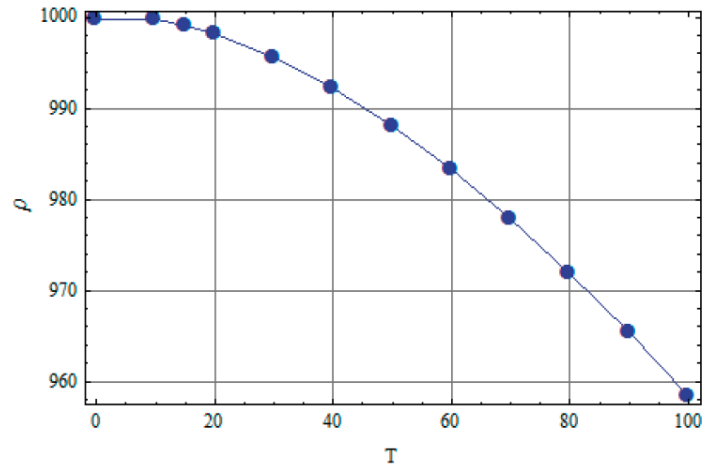
T	0°	10°	15°	20°	30°	40°
η	0,0018	0,0013	0,0011	0,001	0,0008	0,00065
T	50°	60°	70°	80°	90°	100°
η	0,00055	0,00047	0,0004	0,00035	0,00031	0,00028

Tabela 2. Wartość gęstości ρ [kg/m³] wody dla wybranych wartości temperatury

T	0°	10°	15°	20°	30°	40°
ρ	999,8	999,7	999,1	998,2	995,6	992,2
T	50°	60°	70°	80°	90°	100°
ρ	988,0	983,2	977,8	971,8	965,3	958,3



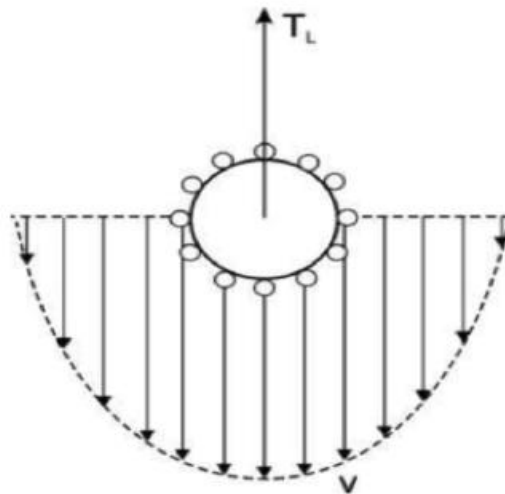
Rys. 2. Wykres funkcji $\eta(T)$



Rys. 3. Wykres funkcji $\rho(T)$

Prawo Stokesa

Jedną z metod wyznaczania lepkości cieczy jest metoda Stokesa. Każde ciało poruszające się w cieczy lub gazie pociąga za sobą, dzięki istnieniu sił międzycząsteczkowych, sąsiadujące z nim warstwy. Zobrazować to można na przykładzie kulki opadającej w cieczy (rys.4).



Rys. 4. Rozkład prędkości w cieczy w przypadku opadającej kulki

Kulka pociąga za sobą przylegające doń warstwy, nadając im własną prędkość v . Warstwy te pociągają za sobą dalsze, a te jeszcze dalsze itd. Kulka zatem ciągnie za sobą układ warstewek ślizgających się po sobie. Opór lepkości na jaki natrafia poruszające się ciało, jest zależny od: wielkości i kształtu ciała, jego prędkości oraz współczynnika lepkości η ośrodka, w którym odbywa się ruch. Dla ciała w kształcie kuli opór ten opisuje równanie (równanie Stokesa)

$$T_L = 6\pi\eta r v, \quad (1.4)$$

gdzie:

r – promień kulki,

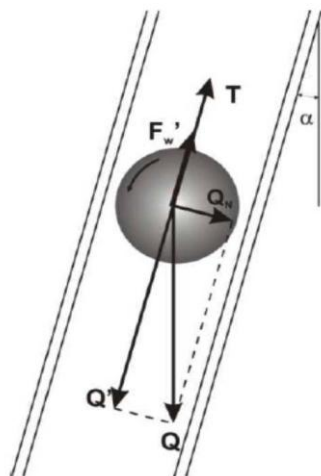
v – prędkość kulki,

η – współczynnik lepkości.

Rozkład sił działających na kulkę w wiskozymetrze Höpplera

Na kulkę o masie m i promieniu r poruszającej się w cieczy lepkiej o gęstości ρ_c działają trzy siły (rys.5):

- siła ciężkości $Q=mg$;
- siła wyporu $F_w = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_c g$;
- siła tarcia wewnętrznego cieczy $T = 6\pi\eta r v$ (prawo Stokesa), gdzie η jest współczynnikiem lepkości cieczy a v prędkością kulki.



Rys. 5. Rozkład sił działających na kulkę w wiskozymetrze Höpplera

Spadek kulki w cieczy ulega zwolnieniu, jeżeli kulka spada w rurce o średnicy nieznacznie większej od średnicy kulki. Dla uniknięcia zakłóceń ruchu rurka powinna być nieznacznie odchylona od pionu, gdyż przy jej ustawieniu pionowym ruch kulki przestaje być ruchem jednostajnym (kulka ulega wibracjom). W tym przypadku kulka jest dociskana jedną składową siły ciężkości do ścianki, a druga składowa powoduje ruch kulki po cienkiej warstwie cieczy wysięlającej ściankę. W wyniku wzajemnego poślizgu warstewek występuje opór lepkości T hamujący ruch kulki. Jest to więc przypadek identyczny jak dla ruchu opisanego prawem Stokesa ($T = 6\pi\eta r v$). Różnica wystąpi jedynie we współczynniku proporcjonalności, zamiast 6π wystąpi k jako współczynnik proporcjonalności stały dla danego przyrządu. Zatem siłę oporu lepkiego T opisuje zależność

$$T = k\eta r v \quad (1.5)$$

Siły ciężkości i wyporu można rozłożyć na składowe styczne i normalne. Spadanie kulki określone jest wartością siły wypadkowej składowych stycznych – siły ciężkości Q' , siły wyporu F_w' oraz siły oporu T .

Wartość siły Q' wyraża się wzorem:

$$Q' = mg \cos \alpha = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_k g \cos \alpha \quad (1.6)$$

gdzie:

ρ_k – gęstość materiału kulki,

r – promień kulki.

Podobnie wartość siły F_w' można zapisać zależnością

$$F_w' = F_w \cos \alpha = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_c g \cos \alpha \quad (1.7)$$

Początkowo wartość składowej siły ciężkości Q' jest większa od sumy wartości sił oporu lepkiego T i składowej siły wyporu F_w' . W związku z tym kulka opada ruchem przyspieszonym. Przy pewnej prędkości v suma wartości F_w' i T zrównuje się z wartością Q' , tzn.

$$Q' = F_w \cos \alpha + k \eta r v \quad (1.8)$$

Od tego momentu kulka spada ruchem jednostajnym. Podstawiając do powyższego równania Q' i F_w' uzyskamy równanie

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k g \cos \alpha - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_c g \cos \alpha = k \eta r v \quad (1.9)$$

Prędkość ruchu jednostajnego kulki wynosi $v = \frac{h}{t}$, gdzie h – odległość między skrajnymi rysami rurki pomiarowej. Podstawiając

$$K = \frac{4 \pi r^3 g \cos \alpha}{3 k h} \quad (1.10)$$

otrzymamy ostatecznie

$$\eta = K(\rho_k - \rho_c)t, \quad (1.11)$$

gdzie:

K jest stałą aparaturową

t jest czasem opadania kulki.

Praktycznie stałą K (stała kalibracyjna) wyznaczamy doświadczalnie dla kulki o znanej gęstości ρ_k z użyciem cieczy wzorcowej o znanej gęstości ρ_c i znanej wartości współczynnika lepkości η .

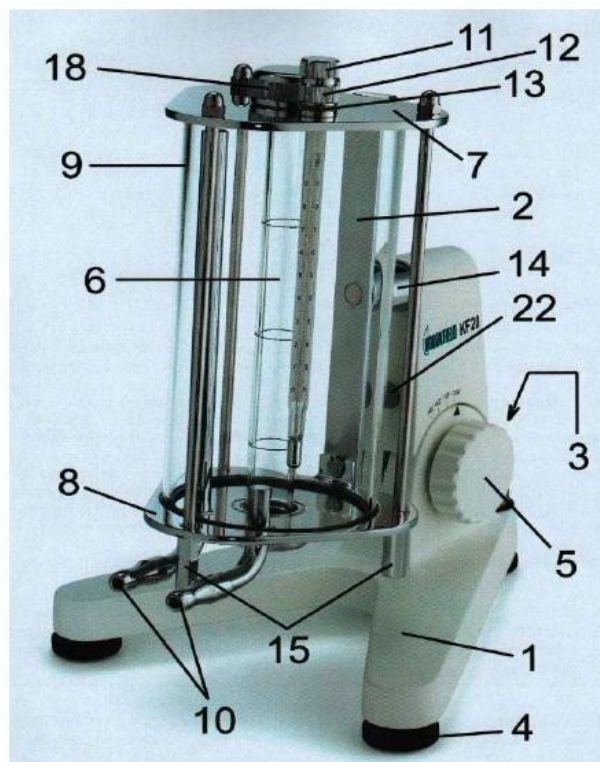
2. Cel i zakres ćwiczenia laboratoryjnego

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się ze zjawiskiem oporu lepkiego płynów oraz zbadanie lepkości cieczy za pomocą kulek wykonanych z różnych materiałów i wiskozymetru Höpplera (dla różnych kątów nachylenia) wykorzystując prawo Stokesa.

3. Metodyka badań

a) Opis stanowiska badawczego

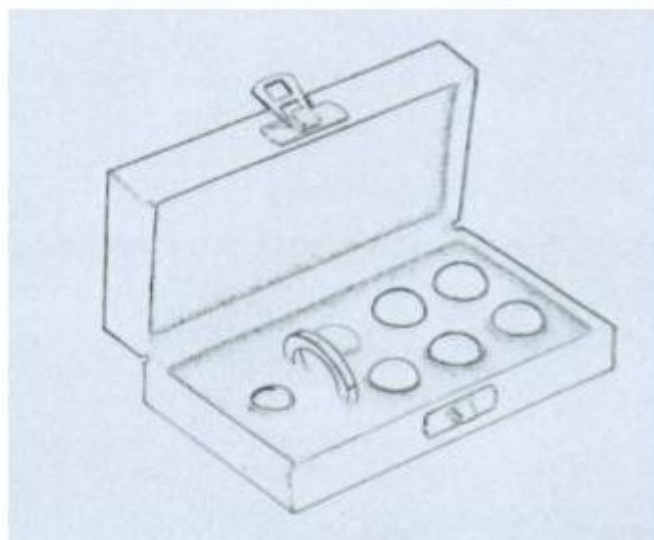
Identyfikację poszczególnych części wiskozymetru przedstawia poniższy rysunek (rys.6).



Rys. 6. Wiskozymetr Höpplera, gdzie: 1 – statyw; 2 – część pomiarowa; 3 – poziomica; 4 – nóżka poziomująca; 5 – pokrętło blokujące kąt nachylenia; 6 – rurka pomiarowa; 7 – płyta górna; 8 – płyta dolna; 9 – płaszcz termostatujący; 10 – króćce płaszcza termostatującego; 11 – nakrętka mocująca termometr; 12 – tuleja nakrętki; 13 – uszczelka; 14 – zawieszenie wiskozymetru; 15 – nakrętki; 16 – zatyczka górna rurki pomiarowej; 17 – zatyczka dolna rurki pomiarowej; 18 – nakrętka rurki pomiarowej; 19 – uszczelka rurki pomiarowej; 20 – przykrywka; 21 – uszczelka zewnętrzna rurki pomiarowej; 22 – zatrask blokujący

Wiskozymetr musi być wypoziomowany. Do poziomowania używa się nóżek poziomujących (4) w podstawie oraz poziomicy (3). Kąt ustawienia przyrządu ($80^\circ, 70^\circ, 60^\circ, 50^\circ$ w stosunku do poziomu) zmienia się przez poluzowanie pokrętła (5), zmianę pozycji wiskozymetru i ponowne dokręcenie pokrętła (5). Zmianę kierunku pomiaru wykonuje się poprzez obrót wiskozymetru przez przekręcenie części pomiarowej (2) w lewo lub w prawo aż do zadziałania zatrasku blokującego (22). Rurka pomiarowa (6) jest otoczona przez płaszcz termostatujący (9) umocowany pomiędzy górną (7) i dolną (8) płytą. Górne i dolne zamknięcie rurki spełnia funkcje uszczelnienia rurki, eliminacji pęcherzy powietrza i kompensacji zmian ciśnienia wewnątrz. Do dolnej płyty zamocowane są króćce (10) do podłączenia obiegu płynu termostatującego. Nakrętka mocująca termometr (11) wraz z odpowiednią uszczelką blokują termometr w odpowiedniej pozycji wewnątrz płaszcza jednocześnie uszczelniając gniazdo termometru.

W zestawie dołączony jest również pierścień (rys.7), którego funkcja jest umożliwienie rozróżniania kulki nr 1 od kulki nr 2. W przeciwieństwie do kulki nr 2 kulka nr 1 nieprzejdzie przez pierścień. W podobny sposób można rozróżnić kulkę 2 od kulki 4, choć te można rozróżnić również po materiale, z którego są wykonane.



Rys. 7. Zestaw 6 kulek wraz z pierścieniem

W poniższej tabeli przedstawiono podstawowe parametry kulek wykorzystywanych w eksperymencie.

Tabela 3. Podstawowe parametry kulek pomiarowych

Nr kulki	Material	Gęstość [$\frac{g}{cm^3}$]	Średnica [mm]	Stała kalibracyjna K [$mPa \cdot \frac{cm^3}{g}$]
1	Szkło	2,4	15,81	0,007
2	Szkło	2,4	15,6	0,09
3	Ni-Fe	8,1	15,6	0,09

b) Przebieg realizacji eksperymentu

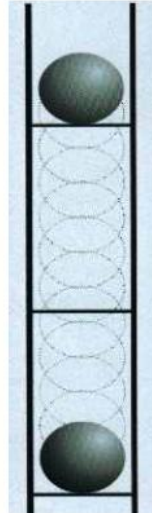
Przygotowanie wiskozymetru

1. Upewnić się, że rurka pomiarowa jest prawidłowo zabezpieczona od dołu szczelnym zamknięciem.
2. Napełnić rurkę płynem do wysokości ok 25 mm poniżej jej górnego brzegu uważając, aby nie wprowadzić do próbki zanieczyszczeń stałych ani bąbelków powietrza.
3. Wypolerować kulkę ściereczką, usunąć z niej włókna i kurz za pomocą szczoteczki i włożyć ją do rurki za pomocą szczypiec. Kulka opadnie na dno rurki.
4. Włożyć górną zatyczkę. Niewielka ilość próbki powinna wpłynąć do wnętrza zatyczki.
5. Próbką pomiędzy zatyczkami musi być wolna od bąbelków powietrza.
6. Delikatnie umieścić pokrywkę i nakrętkę, następnie dokręcić szczelnie nakrętkę górną rurki pomiarowej.

Pomiar czasu opadania kulki

1. Tuż przed rozpoczęciem pomiaru należy na chwilę rozszczelnić górną nakrętkę rurki pomiarowej w celu wyrównania ewentualnej różnicy ciśnień.

2. Czas opadania kulki pomiędzy górnym a dolnym znakiem należy zmierzyć stoperem z rozdzielczością 0.01s.
3. Zaleca się rejestrację momentu, w którym spód kulki znajdzie się na wysokości znaku (rys.8).
4. Zmienność mierzonego czasu opadania kulki może być spowodowana zanieczyszczeniem próbki lub pęcherzykami powietrza.



Rys. 8. Zakres pomiarowy czasu spadania kulki

Przebieg pomiarów i zestawienie wyników badań

1. Dla wybranych kulek zmierzyć czas opadania w rurce uwzględniając różne kąty nachylenia wiskozymetru.
2. Obliczyć współczynnik lepkości cieczy wykorzystując wzór (uwzględniający stałe kąta nachylenia F przedstawione w tabeli 4):

$$\eta = F \cdot K(\rho_k - \rho_c)t \quad (3.1)$$

3. Sprawdzić czy współczynnik lepkości dynamicznej ma tą samą wartość dla wszystkich kątów nachylenia rurki wiskozymetru.
4. Wyniki pomiarów przedstawić w tabeli 5.

Tabela 4. Stałe kąta nachylenia wiskozymetru

Kąt nachylenia wiskozymetru B [deg]	Stała kąta nachylenia F
80° [DIN]	1
70°	0,952
60°	0,879
50°	0,778

Tabela 5. Tabela pomiarowa

Nr kulki	Gęstość materiału kulki $\rho_k [\frac{g}{cm^3}]$	Kąt nachylenia wiskozymetru β [deg]	Stala kąta nachylenia rurki F	Stala kalibracyjna kulki K $[\text{mPa} \cdot \frac{cm^3}{g}]$	Czas opadania t_i [s]	Czas średni opadania kulki t_{sr} [s]	Współczynnik lepkości cieczy η [mPas]
	$\rho_k =$	80°			$t_1 =$		
					$t_2 =$		
					$t_3 =$		
		70°			$t_1 =$		
	$\rho_k =$	70°			$t_2 =$		
					$t_3 =$		
		60°			$t_1 =$		
					$t_2 =$		
	$\rho_k =$	60°			$t_3 =$		
					$t_1 =$		
		50°			$t_2 =$		
					$t_3 =$		
	$\rho_k =$	80°			$t_1 =$		
					$t_2 =$		
					$t_3 =$		
		70°			$t_1 =$		
	$\rho_k =$	70°			$t_2 =$		
					$t_3 =$		
		60°			$t_1 =$		
					$t_2 =$		
	$\rho_k =$	60°			$t_3 =$		
					$t_1 =$		
		50°			$t_2 =$		
					$t_3 =$		
	$\rho_k =$	80°			$t_1 =$		
					$t_2 =$		
					$t_3 =$		
		70°			$t_1 =$		
	$\rho_k =$	70°			$t_2 =$		
					$t_3 =$		
		60°			$t_1 =$		
					$t_2 =$		
	$\rho_k =$	60°			$t_3 =$		
					$t_1 =$		
		50°			$t_2 =$		
					$t_3 =$		

4. Sprawozdanie studenckie

Sprawozdanie z wykonania ćwiczenia laboratoryjnego powinno zawierać:

1. Cel i zakres ćwiczenia laboratoryjnego.
2. Część teoretyczną ważną z punktu widzenia wykonania ćwiczenia.
3. Opis stanowiska badawczego.
4. Przebieg realizacji eksperymentu.
5. Zestawienie wyników pomiarów w załączonej tabeli.
6. Obliczenia wartości współczynnika lepkości cieczy.
7. Wypełnione tabele pomiarowe podpisane przez prowadzącego
8. Analizę wpływu czynników niekontrolowanych na końcowy wynik pomiaru.
9. Wnioski wynikające z przeprowadzonych pomiarów.

Przykładowe pytania kontrolne

1. Opisz przepływ cieczy przez rurkę. Przedstaw zjawisko na rysunku.
2. Wyjaśnij czym jest współczynnik lepkości cieczy. Zdefiniuj jednostkę.
3. Wyjaśnij od czego zależy wartość współczynnika lepkości. Wyjaśnij zależność między współczynnikiem lepkości wody, a temperaturą.
4. Podaj treść prawa Stokesa. Przedstaw wzór wraz z wyjaśnieniem oznaczeń.
5. Wyjaśnij jakie siły działają na kulkę w viskozymetrze Höpplera. Przedstaw zjawisko na rysunku.

Literatura

1. Jeżowiecka-Kabsch K., Szewczyk H., (2001), *Mechanika płynów*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Warszawa.
2. Czetwertyński E., Utrysko B., (1968), *Hydraulika i hydromechanika*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
3. Jeżewski M. (1966), *Fizyka*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
4. Dryński T. (1977), *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

Wymagania BHP

Warunkiem przystąpienia do praktycznej realizacji ćwiczenia jest zapoznanie się z instrukcją BHP i instrukcją przeciwpożarową oraz przestrzeganie zasad w nich zawartych. Wybrane urządzenia dostępne na stanowisku laboratoryjnym mogą posiadać instrukcje stanowiskowe. Przed rozpoczęciem pracy należy zapoznać się z instrukcjami stanowiskowymi wskazanymi przez prowadzącego.

W trakcie zajęć laboratoryjnych należy przestrzegać następujących zasad.

- Sprawdzić, czy urządzenia dostępne na stanowisku laboratoryjnym są w stanie kompletnym, nie wskazującym na fizyczne uszkodzenie.
- Sprawdzić prawidłowość połączeń urządzeń.
- Załączenie napięcia do układu pomiarowego może się odbywać po wyrażeniu zgody przez prowadzącego.
- Przyrządy pomiarowe należy ustawić w sposób zapewniający stałą obserwację, bez konieczności nachylania się nad innymi elementami układu znajdującymi się pod napięciem.

- Zabronione jest dokonywanie jakichkolwiek przełączeń oraz wymiana elementów składowych stanowiska pod napięciem.
- Zmiana konfiguracji stanowiska i połączeń w badanym układzie może się odbywać wyłącznie w porozumieniu z prowadzącym zajęcia.
- W przypadku zaniku napięcia zasilającego należy niezwłocznie wyłączyć wszystkie urządzenia.
- Stwierdzone wszelkie braki w wyposażeniu stanowiska oraz nieprawidłowości w funkcjonowaniu sprzętu należy przekazywać prowadzącemu zajęcia.
- Zabrania się samodzielnego włączania, manipulowania i korzystania z urządzeń nie należących do danego ćwiczenia.
- W przypadku wystąpienia porażenia prądem elektrycznym należy niezwłocznie wyłączyć zasilanie stanowisk laboratoryjnych za pomocą wyłącznika bezpieczeństwa, dostępnego na każdej tablicy rozdzielczej w laboratorium. Przed odłączeniem napięcia nie dotykać porażonego.