

POLITECHNIKA



BIAŁOSTOCKA

WYDZIAŁ



ZARZĄDZANIA

KATEDRA ZARZĄDZANIA PRODUKCJĄ

Instrukcja do zajęć laboratoryjnych z przedmiotu:

FIZYKA

Kod przedmiotu: **KS02137; KN02137; LS02137; LN02137**

Ćwiczenie Nr 9

**Wyznaczanie współczynnika lepkości
cieczy na podstawie prawa Stokesa**

Autor:

mgr inż. Krzysztof Kamil Żur

dr inż. Wojciech Jarmoc

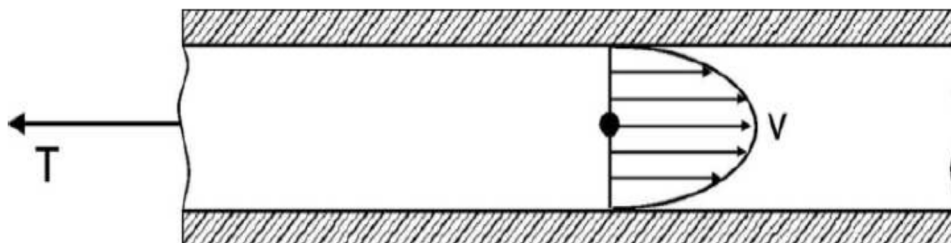
Białystok 2014

Wszystkie prawa zastrzeżone

Wszystkie nazwy handlowe i towarów występujące w niniejszej instrukcji są znakami towarowymi zastrzeżonymi lub nazwami zastrzeżonymi odpowiednich firm odnośnych właścicieli.

1. Podstawy teoretyczne

Podczas przepływu cieczy lub gazów istotną rolę odgrywa ich lepkość, nazywana tarcieniem wewnętrznym występującym w całej objętości cieczy lub gazu. Jeżeli rozpatrzmy przepływ cieczy przez rurkę, wówczas zaobserwujemy, że najszybciej przepływa ciecz środkiem rurki, natomiast w miarę zbliżania się ku ściance prędkość stopniowo maleje, aż na samej ściance staje się równa zero (rys.1).



Rys. 1. Rozkład prędkości w cieczy lepkiej

Oznacza to, że pojedyncze warstewki cieczy ślizgają się względem siebie. Musi zatem istnieć opór poślizgu, tzw. opór lepkości T . Opór T jest proporcjonalny do powierzchni S ślizgających się po sobie warstewek oraz do gradientu prędkości (zmiana prędkości na jednostkę odległości od środka rurki). Siłę T można więc opisać wzorem:

$$T = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta l}. \quad (1.1)$$

Współczynnik proporcjonalności η nazywamy współczynnikiem lepkości cieczy, który po przekształceniach ma postać:

$$\eta = \frac{T}{S \frac{\Delta v}{\Delta l}} \left[\frac{Ns}{m^2} = Pa \cdot s \right]. \quad (1.2)$$

Jednostką współczynnika lepkości jest 1 *pauz* = $\frac{Ns}{m^2}$. Jeden *pauz* jest więc liczbowo równy sile oporu lepkości z jaką mamy do czynienia przy powierzchni $S = 1m^2$ i gradiencie prędkości $\frac{\Delta v}{\Delta l} = 1 \frac{m}{s \cdot m}$.

Opór lepkości cieczy występuje w dwóch zasadniczych typach zjawisk:

- przy ruchu cieczy względem nieruchomych ścianek;
- przy ruchu ciała względem nieruchomej cieczy.

Współczynnik lepkości η zależy natomiast od:

- rodzaju cieczy – dla każdej cieczy posiada inną wartość, gdyż inne są siły międzycząsteczkowe;
- od temperatury cieczy – maleje ze wzrostem temperatury, bowiem w wyższej temperaturze cząsteczki poruszają się z większymi prędkościami, co osłabia siły międzycząsteczkowe.

Zależność współczynnika lepkości od temperatury jest funkcją wykładniczą

$$\eta = Ae^{B/T}. \quad (1.3)$$

W tabeli 1 przedstawiono zależność współczynnika lepkości dynamicznej η wody od temperatury a na rys.2 przedstawiono wykres funkcji $\eta(T)$.

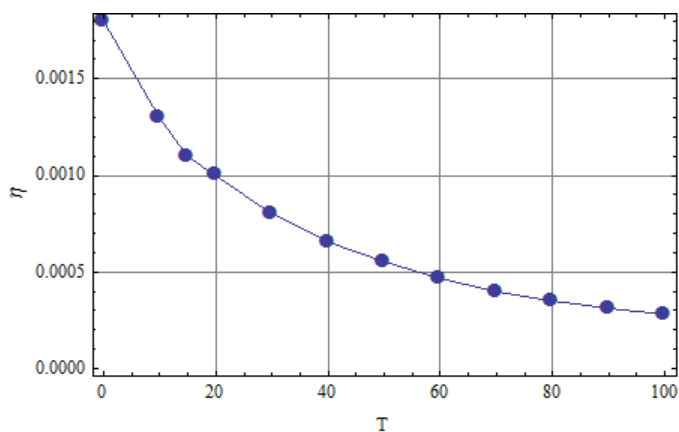
W tabeli 2 przedstawiono zależność gęstości wody od temperatury a na rys.3 przedstawiono wykres funkcji $\rho(T)$.

Tabela 1. Wartość współczynnika lepkości η [$Pa \cdot s$] wody dla wybranych wartości temperatury

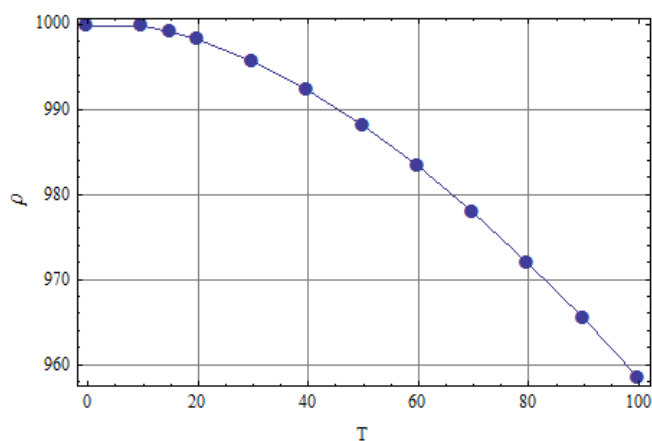
T	0°	10°	15°	20°	30°	40°
η	0,0018	0,0013	0,0011	0,001	0,0008	0,00065
T	50°	60°	70°	80°	90°	100°
η	0,00055	0,00047	0,0004	0,00035	0,00031	0,00028

Tabela 2. Wartość gęstości ρ [kg/m^3] wody dla wybranych wartości temperatury

T	0°	10°	15°	20°	30°	40°
ρ	999,8	999,7	999,1	998,2	995,6	992,2
T	50°	60°	70°	80°	90°	100°
ρ	988,0	983,2	977,8	971,8	965,3	958,3



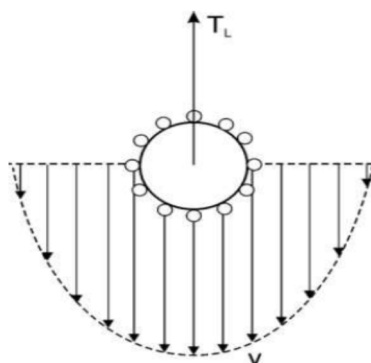
Rys. 2. Wykres funkcji $\eta(T)$



Rys. 3. Wykres funkcji $\rho(T)$

Prawo Stokesa

Jedną z metod wyznaczania lepkości cieczy jest metoda Stokesa. Każde ciało poruszające się w cieczy lub gazie pociąga za sobą, dzięki istnieniu sił międzycząsteczkowych, sąsiadujące z nim warstwy. Zobaczyć to można na przykładzie kulki opadającej w cieczy (rys.4).



Rys. 4. Rozkład prędkości w cieczy w przypadku opadającej kulki

Kulka pociąga za sobą przylegające doń warstwy, nadając im własną prędkość v . Warstwy te pociągają za sobą dalsze, a te jeszcze dalsze itd. Kulka zatem ciągnie za sobą układ warstewek ślizgających się po sobie. Opór lepkości na jaki natrafia poruszające się ciało, jest zależny od: wielkości i kształtu ciała, jego prędkości oraz współczynnika lepkości η ośrodka, w którym odbywa się ruch. Dla ciała w kształcie kuli opór ten opisuje równanie (równanie Stokesa)

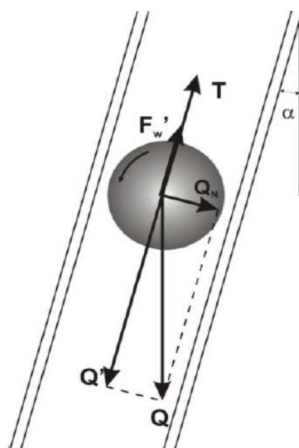
$$T_L = 6\pi\eta r v, \quad (1.4)$$

gdzie: r – promień kulki, v – prędkość kulki, η – współczynnik lepkości.

Rozkład sił działających na kulkę w wiskozymetrze Höpplera

Na kulkę o masie m i promieniu r poruszającą się w cieczy lepkiej o gęstości ρ_c działają trzy siły (rys.5):

- siła ciężkości $Q = mg$;
- siła wyporu $F_w = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_c g$;
- siła tarcia wewnętrznego cieczy $T = 6\pi\eta r v$ (prawo Stokesa), gdzie η jest współczynnikiem lepkości cieczy a v prędkością kulki.



Rys. 5. Rozkład sił działających na kulkę w wiskozymetrze Höpplera

Spadek kulki w cieczy ulega zwolnieniu, jeżeli kulka spada w rurce o średnicy nieznacznie większej od średnicy kulki. Dla uniknięcia zakłóceń ruchu rurka powinna być nieznacznie odchylna od pionu, gdyż przy jej ustawieniu pionowym ruch kulki przestaje być ruchem jednostajnym (kulka ulega wibracjom). W tym przypadku kulka jest dociskana jedną składową siły ciężkości do ścianki, a druga składowa powoduje ruch kulki po cienkiej warstwie cieczy wyściełającej ściankę. W wyniku wzajemnego poślizgu warstewek występuje opór lepkości T hamujący ruch kulki. Jest to więc przypadek identyczny jak dla ruchu opisanego prawem Stokesa ($T = 6\pi\eta r v$). Różnica wystąpi jedynie we współczynniku proporcjonalności, zamiast 6π wystąpi k jako współczynnik proporcjonalności stały dla danego przyrządu. Zatem siłę oporu lepkiego T opisuje zależność

$$T = k\eta r v. \quad (1.5)$$

Siły ciężkości i wyporu można rozłożyć na składowe styczne i normalne. Spadanie kulki określone jest wartością siły wypadkowej składowych stycznych – siły ciężkości Q' , siły wyporu F'_w oraz siły oporu T .

Wartość siły Q' wyraża się wzorem

$$Q' = mg \cos \alpha = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k g \cos \alpha, \quad (1.6)$$

gdzie: ρ_k – gęstość materiału kulki, r – promień kulki.

Podobnie wartość siły F'_w można zapisać zależnością

$$F'_w = F_w \cos \alpha = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_c g \cos \alpha. \quad (1.7)$$

Początkowo wartość składowej siły ciężkości Q' jest większa od sumy wartości sił oporu lepkiego T i składowej siły wyporu F'_w . W związku z tym kulka opada ruchem przyspieszonym. Przy pewnej prędkości v suma wartości F'_w i T zrównuje się z wartością Q' , tzn.

$$Q' = F_w \cos \alpha + k\eta r v. \quad (1.8)$$

Od tego momentu kulka spada ruchem jednostajnym. Podstawiając do powyższego równania Q' i F_w uzyskamy równanie

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k g \cos \alpha - \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_c g \cos \alpha = k\eta r v. \quad (1.9)$$

Prędkość ruchu jednostajnego kulki wynosi $v = \frac{h}{t}$, gdzie h – odległość między skrajnymi rysami rurki pomiarowej. Podstawiając

$$K = \frac{4\pi r^3 g \cos \alpha}{3kh} \quad (1.10)$$

otrzymamy ostatecznie

$$\eta = K(\rho_k - \rho_c)t, \quad (1.11)$$

gdzie K jest stałą aparaturową a t jest czasem opadania kulki. Praktycznie stałą K (stała kalibracyjna) wyznaczamy doświadczalnie dla kulki o znanej gęstości ρ_k z użyciem cieczy wzorcowej o znanej gęstości ρ_c i znanej wartości współczynnika lepkości η .

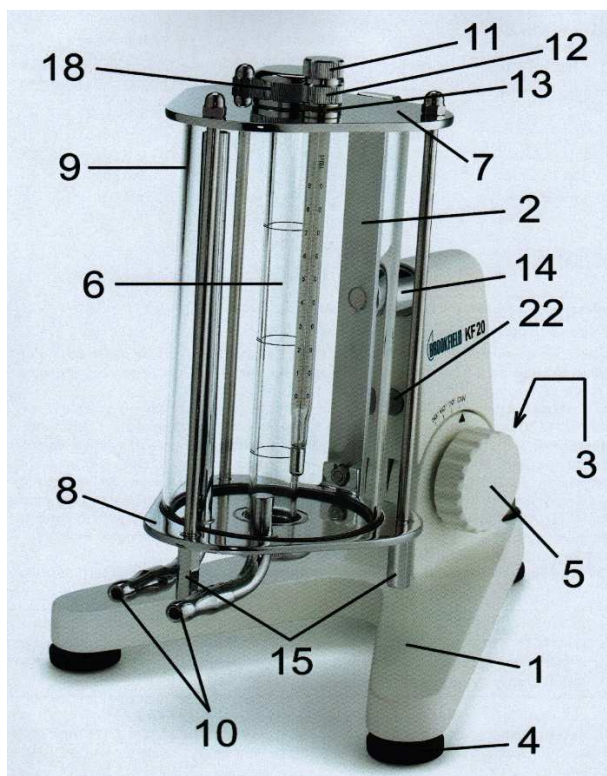
2. Cel i zakres ćwiczenia laboratoryjnego

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się ze zjawiskiem oporu lepkiego płynów oraz zbadanie lepkości cieczy za pomocą kulek wykonanych z różnych materiałów i wiskozymetru Höpplera (dla różnych kątów nachylenia) wykorzystując prawo Stokesa.

3. Metodyka badań

a) Opis stanowiska badawczego

Identyfikację poszczególnych części wiskozymetru przedstawia poniższy rysunek (rys.6).

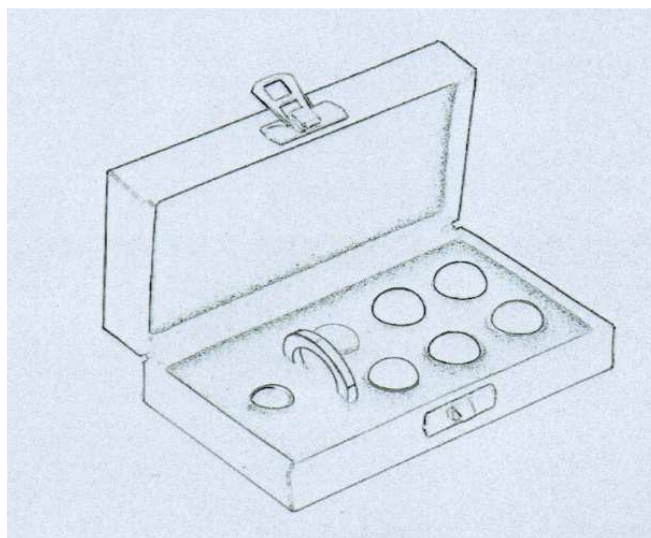


Rys. 6. Wiskozymetr Höpplera, gdzie: 1 – statywa; 2 – część pomiarowa; 3 – poziomic; 4 – nóżka poziomująca; 5 – pokrętło blokujące kąt nachylenia; 6 – rurka pomiarowa; 7 – płyta górna; 8 – płyta dolna; 9 – płaszcz termostatu; 10 – króćce płaszcza termostatu; 11 – nakrętka mocująca termometr; 12 – tuleja nakrętki; 13 – uszczelka; 14 – zawieszanie wiskozymetru; 15 – nakrętki; 16 – zatyczka górna rurki pomiarowej; 17 – zatyczka dolna rurki pomiarowej; 18 – nakrętka rurki pomiarowej; 19 – uszczelka rurki pomiarowej; 20 – przykrywka; 21 – uszczelka zewnętrzna rurki pomiarowej; 22 – zatrząsk blokujący

Wiskozymetr musi być wypoziomowany. Do poziomowania używa się nóżek poziomujących (4) w podstawie oraz poziomicy (3). Kąt ustawienia przyrządu (80° , 70° , 60° , 50° w stosunku do poziomu) zmienia się przez poluzowanie pokrętła (5), zmianę pozycji wiskozymetru i ponowne dokręcenie pokrętła (5). Zmianę kierunku pomiaru wykonuje się poprzez obrót wiskozymetru przez przekręcenie części pomiarowej (2) w lewo lub w prawo aż do zadziałania zatrząsku blokującego (22). Rurka pomiarowa (6) jest otoczona przez płaszcz termostatu (9) umocowany pomiędzy górną (7) i dolną (8) płytą. Górne i dolne zamknięcie rurki spełnia funkcje uszczelnienia rurki, eliminacji pęcherzy powietrza i kompensacji zmian ciśnienia wewnątrz. Do dolnej płyty zamocowane są króćce (10) do podłączenia obiegu płynu termostatu. Nakrętka mocująca termometr (11) wraz z odpowiednią uszczelką blokują termometr w odpowiedniej pozycji wewnątrz płaszcza jednocześnie uszczelniając gniazdo termometru.

W zestawie dołączony jest również pierścień (rys.7), którego funkcją jest umożliwienie rozróżniania kulki nr 1 od kulki nr 2. W przeciwieństwie do kulki nr 2 kulka nr 1 nie

przechodzi przez pierścień. W podobny sposób można rozróżnić kulkę 2 od kulki 4, choć te można rozróżnić również po materiale, z którego są wykonane.



Rys. 7. Zestaw 6 kulek wraz z pierścieniem

W poniższej tabeli przedstawiono podstawowe parametry kulek wykorzystywanych w eksperymencie.

Tabela 3. Podstawowe parametry kulek pomiarowych

Nr kulki	Materiał	Gęstość $\left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right]$	Średnica [mm]	Stała kalibracyjna $K \left[\text{mPa} \cdot \frac{\text{cm}^3}{\text{g}}\right]$
1	Szkło	2,4	15,81	0,007
2	Szkło	2,4	15,6	0,09
3	Ni-Fe	8,1	15,6	0,09

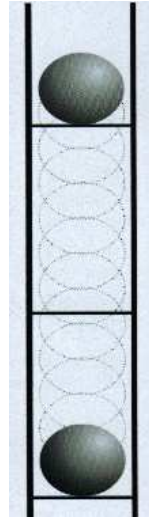
b) Przebieg realizacji eksperymentu

Przygotowanie wiskozymetru

1. Upewnić się, że rurka pomiarowa jest prawidłowo zabezpieczona od dołu szczelnym zamknięciem.
2. Napęlnić rurkę płynem do wysokości ok 25 mm poniżej jej górnego brzegu uważając, aby nie wprowadzić do próbki zanieczyszczeń stałych ani bąbelków powietrza.
3. Wypolerować kulkę ściereczką, usunąć z niej włókna i kurz za pomocą szczoteczki i włożyć ją do rurki za pomocą szczypiec. Kulka opadnie na dno rurki.
4. Włożyć górną zatyczkę. Niewielka ilość próbki powinna wpłynąć do wnętrza zatyczki.
5. Próbka pomiędzy zatyczkami musi być wolna od bąbelków powietrza.
6. Delikatnie umieścić pokrywkę i nakrętkę, następnie dokręcić szczelnie nakrętkę górną rurki pomiarowej.

Pomiar czasu opadania kulki

1. Tuż przed rozpoczęciem pomiaru należy na chwilę rozszelnić górną nakrętkę rurki pomiarowej w celu wyrównania ewentualnej różnicy ciśnień.
2. Czas opadania kulki pomiędzy górnym a dolnym znakiem należy zmierzyć stoperem z rozdzielczością 0.01s.
3. Zaleca się rejestrację momentu, w którym spód kulki znajdzie się na wysokości znaku (rys.8).
4. Zmienność mierzonego czasu opadania kulki może być spowodowana zanieczyszczeniem próbki lub pęcherzykami powietrza.



Rys. 8. Zakres pomiarowy czasu spadania kulki

Przebieg pomiarów i zestawienie wyników badań

1. Dla wybranych kulek zmierzyć czas opadania w rurce uwzględniając różne kąty nachylenia wiskozymetru.
2. Obliczyć współczynnik lepkości cieczy wykorzystując wzór (uwzględniający stałe kąta nachylenia F przedstawione w tabeli 4):

$$\eta = F \cdot K(\rho_k - \rho_c)t. \quad (3.1)$$

3. Sprawdzić czy współczynnik lepkości dynamicznej ma tą samą wartość dla wszystkich kątów nachylenia rurki wiskozymetru.
4. Wyniki pomiarów przedstawić w tabeli 5.

Tabela 4. Stałe kąta nachylenia wiskozymetru

Kąt nachylenia wiskozymetru β [deg]	Stała kąta nachylenia F
80° (DIN)	1
70°	0,952
60°	0,879
50°	0,778

Tabela 5. Tabela pomiarowa

Nr kulki	Gęstość materiału kulki $\rho_k \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$	Kąt nachylenia wiskozymetru β [deg]	Stała kąta nachylenia rurki F	Stała kalibracyjna kulki K $\left[\text{mPa} \cdot \frac{\text{cm}^3}{\text{g}} \right]$	Czas opadania t_i [s]	Czas średni opadania kulki t_{sr} [s]	Współczynnik lepkości cieczy η [mPas]
	$\rho_k =$	80^0	$F =$	K=	$t_1 =$	$t_{\text{sr}} =$	$\eta =$
		70^0			$t_2 =$		
		60^0			$t_3 =$		
		50^0					

4. Wymagania BHP

Należy przestrzegać przepisów BHP obowiązujących w Laboratorium Fizyki na Wydziale Zarządzania Politechniki Białostockiej.

5. Sprawozdanie studenckie

Sprawozdanie z wykonania ćwiczenia laboratoryjnego powinno zawierać:

1. Opis zjawiska lepkości cieczy oraz prawa Stokesa.
2. Cel i jednoznacznie sformułowany zakres ćwiczenia laboratoryjnego.
3. Opis stanowiska badawczego.
4. Opis przebiegu realizacji eksperymentu.
5. Zestawienie wyników pomiarów w załączonej tabeli.
6. Obliczenia wartości współczynnika lepkości cieczy.
7. Analizę wpływu czynników niekontrolowanych na końcowy wynik pomiaru.

Przykładowe pytania kontrolne

1. Podać treść prawa Stokesa.
2. Podać rozkład sił działających na kulkę w wiskozymetrze.
3. Podać sens fizyczna współczynnika lepkości cieczy.

Literatura

1. Jeżowiecka-Kabsch K., Szewczyk H., (2001), *Mechanika płynów*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Warszawa.
2. Czetwertyński E., Utrysko B., (1968), *Hydraulika i hydromechanika*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
3. Jeżewski M. (1966), *Fizyka*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
4. Dryński T. (1977), *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.