

POLITECHNIKA



BIAŁOSTOCKA

WYDZIAŁ



INŻYNIERII
ZARZĄDZANIA

KATEDRA ZARZĄDZANIA PRODUKCJĄ

Instrukcja do zajęć laboratoryjnych z przedmiotu:

Podstawy diagnostyki technicznej

Kod przedmiotu: **KS05513, KN05513**

Ćwiczenie Nr 2

ANALIZA KORELACYJNA I FILTRACJA SYGNAŁÓW

Opracował:

dr inż. Arkadiusz Łukjaniuk

Białystok 2022

Wszystkie prawa zastrzeżone

Wszystkie nazwy handlowe i towarów występujące w niniejszej instrukcji są znakami towarowymi zastrzeżonymi lub nazwami zastrzeżonymi odpowiednich firm odnośnych właścicieli.

CEL ĆWICZENIA: zapoznanie studentów z analizą korelacyjną i filtracją sygnałów deterministycznych i stochastycznych oraz utrwalenie umiejętności pracy z prostymi analizatorami widma sygnałów.

1. WSTĘP TEORETYCZNY

Analiza korelacyjna ma ważne znaczenie w diagnostyce technicznej, w teorii przetwarzania i przesyłu sygnałów. Stosując analizę korelacyjną można z mieszaniny sygnału informacyjnego i zakłóceń wydzielić sygnał synchronizacji niezbędny do odbioru przesłanej informacji. Analizę korelacyjną stosuje się w teorii modulacji do skutecznego kodowania informacji. Funkcja autokorelacji służy do określenia dynamiki zmian sygnału, do wykrywania sygnałów okresowych z „zaszumionych” sygnałów pomiarowych – co jest niezwykle ważne przy obróbce sygnałów diagnostycznych.

1.1. Funkcja autokorelacji

Dla sygnałów okresowych funkcja autokorelacji zdefiniowana jest następująco:

$$\psi(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot x^*(t - \tau) \cdot dt,$$

gdzie: $\psi(\tau)$ - jest funkcją autokorelacji, T – jest okresem powtarzalności sygnału, τ - wartością wzajemnego przesunięcia sygnałów na osi czasu.

Funkcja autokorelacji sygnałów nieokresowych o skończonej energii obliczana wg następującej zależności:

$$\varphi(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot x^*(t - \tau) \cdot dt.$$

W przypadku sygnałów nieokresowych o nieskończonej energii $E_x = \infty$ i skończonej mocy średniej $P_x < \infty$ funkcję autokorelacji możemy obliczyć przy pomocy poniższego wzoru:

$$\psi(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) \cdot x^*(t - \tau) \cdot dt.$$

1.2. Funkcja korelacji wzajemnej

Funkcję korelacji wzajemnej stosuje się do określania współzależności (miary podobieństwa) dwóch różnych sygnałów $x(t)$ i $y(t)$.

Funkcję korelacji wzajemnej sygnałów okresowych wyznacza się wg wzorów:

$$\psi_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot y^*(t - \tau) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^T x(t + \tau) \cdot y^*(t) \cdot dt,$$

gdzie: $\psi_{xy}(\tau)$ - jest funkcją korelacji wzajemnej; T - jest okresem sygnałów $x(t)$ i $y(t)$; τ - wartością wzajemnego przesunięcia sygnałów na osi czasu.

Dla sygnałów nieokresowych o skończonej energii funkcja korelacji wzajemnej zdefiniowana jest następująco:

$$\varphi_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot y^*(t - \tau) \cdot dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t + \tau) \cdot y^*(t) \cdot dt.$$

W przypadku sygnałów nieokresowych o nieskończonej energii i skończonej mocy średniej funkcję korelacji wzajemnej możemy obliczyć wg następującej zależności:

$$\psi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) \cdot y^*(t - \tau) \cdot dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t + \tau) \cdot y^*(t) \cdot dt.$$

Funkcja autokorelacji jest charakterystyką wtórną sygnałów w dziedzinie czasu, ponieważ jej wartość nie zależy od położenia sygnałów na osi czasu, a zależy od wzajemnego rozmieszczenia sygnałów na osi czasu. Ta właściwość powoduje, że na podstawie funkcji autokorelacji można odtworzyć sygnał z dokładnością do fazy sygnału. Istnieje też charakterystyka wtórna sygnału w

dziedzinie częstotliwości. Jest nią gęstość widmowa energii $\Phi(\omega) = |X(\omega)|^2$ (dla sygnałów o ograniczonej energii) i gęstość widmowa mocy

$\Psi(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\Phi_T(\omega)}{T}$ (dla sygnałów o ograniczonej mocy średniej). $\Phi_T(\omega)$

oznacza gęstość widmową energii segmentu sygnału o szerokości T .

Funkcja autokorelacji i gęstości widmowej energii są połączone parą przekształceń Fouriera:

$$\Phi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau) \cdot e^{-j\omega\tau} \cdot d\tau,$$

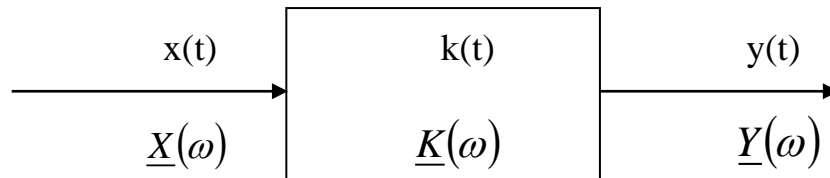
$$\varphi(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\omega) \cdot e^{j\omega\tau} \cdot d\omega$$

1.3. Przejście sygnału przez układ liniowy (filtracja)

Jeżeli na wejście układu liniowego o transmitancji $k(t)$ podamy sygnał $x(t)$, to sygnał $y(t)$ na wyjściu tego układu można obliczyć korzystając z następującej zależności:

$$y(t) = x(t) * k(t) = \int_{-\infty}^{\infty} k(t - t') \cdot x(t') dt'$$

Obliczanie całki spłotowej nie należy do łatwych i przyjemnych zajęć. Zadanie można znacznie uprościć wyznaczając odpowiedź układu $\underline{Y}(\omega)$ w dziedzinie częstotliwości, a następnie korzystając z odwrotnego przekształcenia Fouriera znaleźć $y(t)$.



Rys.1. Przejście sygnału przez układ liniowy

W dziedzinie częstotliwości odpowiedź układu $\underline{Y}(\omega)$ wyznacza się jako iloczyn transmitancji częstotliwościowej układu $\underline{K}(\omega) = |K(\omega)| \cdot e^{j\varphi_k(\omega)}$ i widma amplitudowo-fazowego sygnału wejściowego $\underline{X}(\omega) = |X(\omega)| \cdot e^{j\varphi_x(\omega)}$:

$$\underline{Y}(\omega) = \underline{X}(\omega) \cdot \underline{K}(\omega) = |Y(\omega)| \cdot e^{j\varphi_y(\omega)},$$

gdzie: $|X(\omega)|$, $|K(\omega)|$ i $|Y(\omega)|$ są odpowiednio modułami widm amplitudowo-fazowych sygnału wejściowego $x(t)$, transmitancji układu $k(t)$ i sygnału wyjściowego $y(t)$;

$\varphi_x(\omega)$, $\varphi_k(\omega)$ i $\varphi_y(\omega)$ - są to odpowiednio widma fazowe sygnału wejściowego $x(t)$, transmitancji układu $k(t)$ i sygnału wyjściowego $y(t)$.

Moduł widma amplitudowo-fazowego sygnału wyjściowego $|Y(\omega)|$ oblicza się przy pomocy następującego wzoru:

$$|Y(\omega)| = |X(\omega)| |K(\omega)|.$$

Faza sygnału wyjściowego $\varphi_y(\omega)$ jest superpozycją faz sygnału wejściowego $\varphi_x(\omega)$ i transmitancji układu $\varphi_k(\omega)$:

$$\varphi_y(\omega) = \varphi_x(\omega) + \varphi_k(\omega).$$

Gęstość widmowa $\Phi_y(\omega)$ jest iloczynem gęstości widmowej sygnału wejściowego $\Phi_x(\omega)$ i kwadratu modułu transmitancji układu $|K(\omega)|^2$:

$$\Phi_y(\omega) = \Phi_x(\omega) |K(\omega)|^2.$$

2. PRZEBIEG ĆWICZENIA „ANALIZA KORELACYJNA I FILTRACJA SYGNAŁÓW”

2.1. Analiza korelacyjna sygnałów wirtualnych za pomocą programu DasyLab

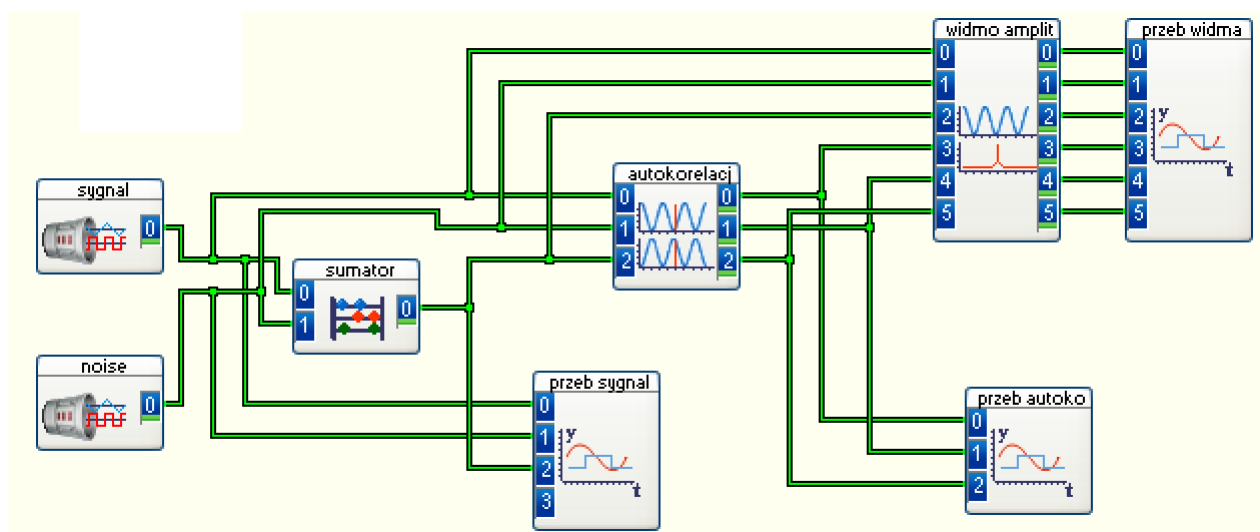
- a) Przygotuj (wykorzystując możliwości programu DasyLab) schemat blokowy do wyznaczania funkcji autokorelacji i korelacji wzajemnej następujących sygnałów:
- ✓ okresowych;
 - ✓ impulsowych;
 - ✓ zakłóceń;
 - ✓ mieszaniny sygnału impulsowego i okresowego;
 - ✓ mieszaniny sygnału impulsowego i zakłócenia;
 - ✓ mieszaniny sygnału okresowego i zakłócenia;

- b) Określ wpływ zmiany amplitudy i częstotliwości sygnałów deterministycznych na kształt charakterystyki funkcji autokorelacji;
- c) Zarejestruj i przeprowadź analizę otrzymanych przebiegów.

W sprawozdaniu należy zamieścić:

- schemat blokowy do analizy korelacyjnej sygnałów;
- przebiegi sygnałów wskazanych przez prowadzącego ćwiczenie;
- obliczenia autokorelacji i korelacji wzajemnej sygnałów wskazanych przez prowadzącego ćwiczenie;
- porównanie wyników obliczeń z przebiegami uzyskanymi w trakcie wykonywania ćwiczenia.

Przykładowy schemat blokowy połączeń jest przedstawiony na rys. 2.



Rys. 2. Przykładowy schemat blokowy do analizy korelacyjnej sygnałów deterministycznych i stochastycznych przy pomocy programu DasyLab.

2.2. Filtracja sygnałów fizycznych w czasie rzeczywistym

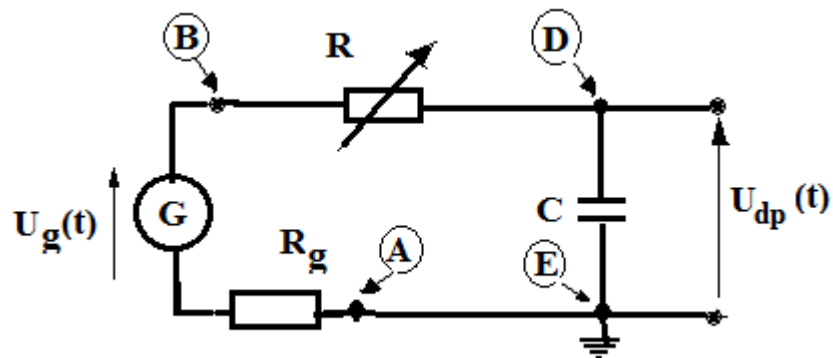
Spis przyrządów używanych w trakcie ćwiczenia:

- ❖ generator funkcyjny DF1641A ;
- ❖ oscyloskop cyfrowy RIGOL DS1052E
- ❖ badany układ RC zamontowany na płytce.

Uwaga!!! Przed rozpoczęciem zajęć studenci są zobowiązani zapoznać się z punktami instrukcji obsługi oscyloskopu cyfrowego RIGOL DS1052E dotyczących analizy widmowej (odczyt i rejestracja) sygnałów

Program zajęć:

Połącz układ według schematu z rys.3 (do kanału pierwszego oscyloskopu podłączyć generator – punkty B-A, a kanał drugi oscyloskopu podłączyć do punktów D-E – obserwacja sygnału na wyjściu filtra dolnoprzepustowego RC). Ustawić parametry generatora fali prostokątnej, które prowadzący ćwiczenia poda przed rozpoczęciem zajęć.



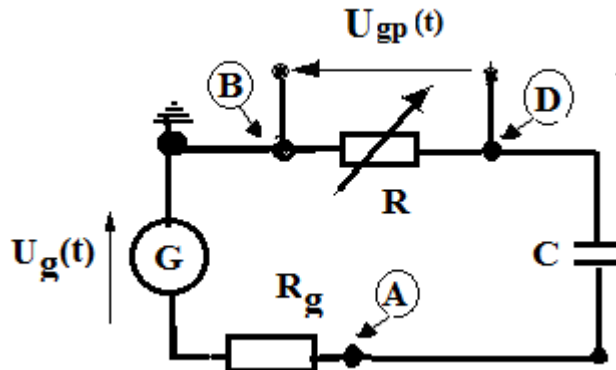
Rys.3. Schemat połączeń układu (filtr dolnoprzepustowy RC).

Uzupełnij tabelę 1 wpisując wyniki pomiarów poszczególnych harmonicznym widma sygnału generatora U_{gk} i sygnału FDP U_{dpk} przy dwóch wartościach rezystancji R .

Tabela 1.

| C= ; U_g = [V]; f_g = [Hz]; R= | | | | | | | | | | |
|------------------------------------|---------------|--------------|------------------------|--------------|---------------|-------------------------|--------------|---------------|-------------------------|--------------|
| k | f_k [Hz] | U_{gk} [V] | $U_{gk\text{obl}}$ [V] | Błąd | U_{dpk} [V] | $U_{dpk\text{obl}}$ [V] | Błąd | U_{dpk} [V] | $U_{dpk\text{obl}}$ [V] | Błąd |
| | | Pomiary | Obliczenia | δ_1 % | Pomiary | Obliczenia | δ_2 % | Pomiary | Obliczenia | δ_2 % |
| 1 | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | |

Połącz układ według schematu z rys.4 (do kanału pierwszego oscyloskopu podłączyć generator – punkty B-A, a kanał drugi oscyloskopu podłączyć do punktów B-D – obserwacja sygnału na wyjściu filtra górnoprzepustowego RC). Ustawienia generatora jak w poprzednim punkcie. Uzupełnij tabelę 2 wpisując wyniki pomiarów poszczególnych harmonicznym widma sygnału generatora U_{gk} i sygnału na wyjściu FGP $U_{gp k}$ przy dwóch wartościach rezystancji R.



Rys.4. Schemat połączeń układu (filtr górnoprzepustowy RC).

Tabela 2.

| C= | | ; $U_g =$ [V]; $f_g =$ [Hz]; | | | R= | | | R= | | |
|----|------------|------------------------------|------------------------|---------------|----------------|--------------------------|---------------|----------------|--------------------------|---------------|
| k | f_k [Hz] | U_{gk} [V] | $U_{gk\text{obl}}$ [V] | Błąd | $U_{gp k}$ [V] | $U_{gp k\text{obl}}$ [V] | Błąd | $U_{gp k}$ [V] | $U_{gp k\text{obl}}$ [V] | Błąd |
| | | Pomiary | Obliczenia | $\delta_1 \%$ | Pomiary | Obliczenia | $\delta_3 \%$ | Pomiary | Obliczenia | $\delta_3 \%$ |
| 1 | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | |

Wartości $U_{gk\text{obl}}$ obliczyć wykorzystując wzory do rozkładu w szereg Fouriera sygnału okresowego (ćwiczenie Nr 1 lub materiały z ćwiczeń z „Podstawy diagnostyki technicznej”).

Do obliczeń wartości transmitancji układu wykorzystać następujące zależności:

- dla filtru dolnoprzepustowego FDP:

$$U'_{0k} = \sqrt{\frac{1}{1 + (2\pi fRC)^2}},$$

$$U_{dp\ k\ obl} = U_{g\ k\ obl} \cdot U'_{0k};$$

➤ dla filtru górnoprzepustowego FGP:

$$U''_{0k} = \sqrt{\frac{(2\pi fRC)^2}{1 + (2\pi fRC)^2}},$$

$$U_{gp\ k\ obl} = U_{g\ k\ obl} \cdot U''_{0k},$$

gdzie: U'_{0k} , U''_{0k} -wartość transmitancji dla k-tej harmoniki filtru dolno – i górnoprzepustowego odpowiednio;

$U_{dp\ k\ obl}$, $U_{gp\ k\ obl}$ -wartość obliczonego sygnału dla k-tej harmoniki na wyjściu filtru dolno – i górnoprzepustowego odpowiednio;

$U_{g\ k\ obl}$ -wartość obliczonego sygnału dla k-tej harmoniki sygnału z generatora;

$U_{g\ k}$, $U_{dp\ k}$, $U_{gp\ k}$ -wartość zmierzonego sygnału dla k-tej harmoniki na wyjściu generatora, filtru dolno – i górnoprzepustowego odpowiednio.

;

➤ obliczenia błędu względnego wykonać według zależności:

$$\delta_1 = \frac{U_{g\ k\ obl} - U_{g\ k}}{U_{g\ k\ obl}} 100\%,$$

$$\delta_2 = \frac{U_{dpk\ obl} - U_{dpk}}{U_{dpk\ obl}} 100\% ,$$

$$\delta_3 = \frac{U_{gp k\ obl} - U_{gp k}}{U_{gp k\ obl}} 100\% .$$

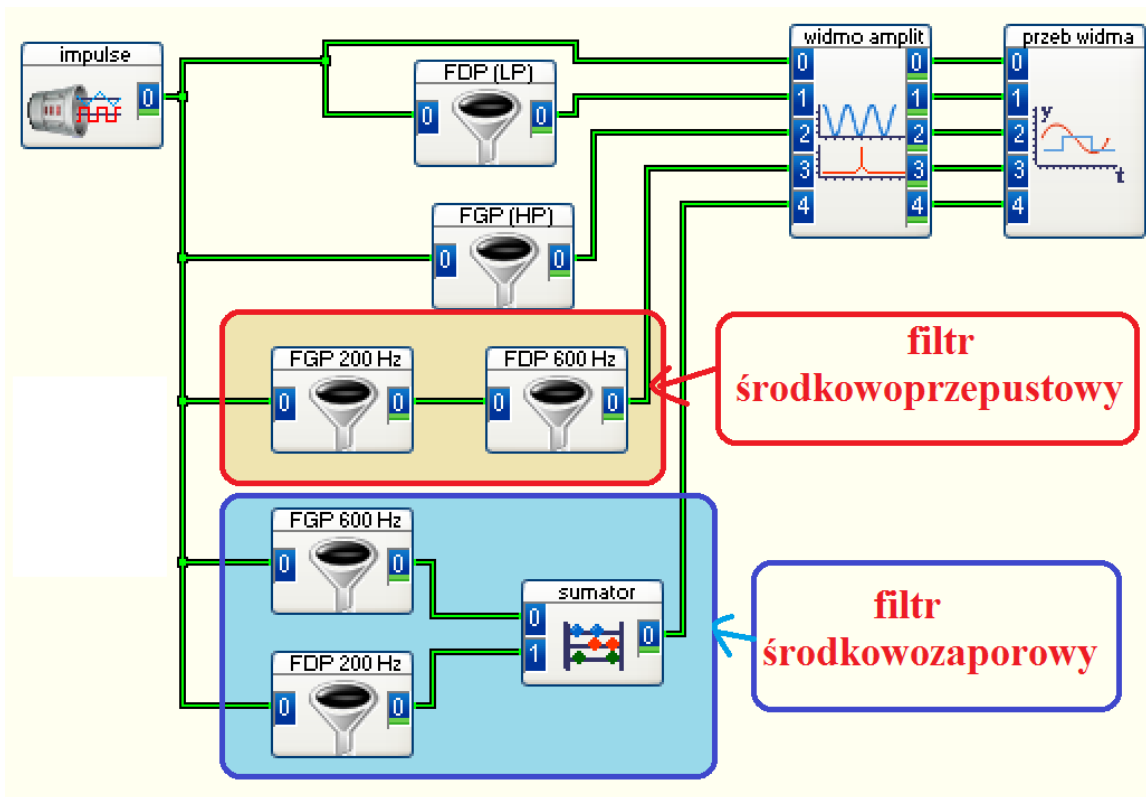
W sprawozdaniu należy:

- Obliczyć wartości widma amplitudowego sygnału z generatora i na wyjściu filtrów i uzupełnić tabele 1 i 2.
- Porównać wyniki uzyskanych obliczeń z wartościami zmierzonymi w trakcie ćwiczenia i obliczyć odpowiednie wartości błędów względnych;
- Określenie relacji pomiędzy transmitancją układu, a widmem sygnału wejściowego i wyjściowego;
- Jaki charakter mają badane układy ze względu na właściwości widmowe?
- Wnioski.

2.3 Określenie charakterystyk częstotliwościowych sygnału wyjściowego i transmitancji układu przy pomocy programu DasyLab

Przebieg ćwiczenia:

- Wykorzystując schemat blokowy przedstawiony na rys. 5 (lub tworząc własny) dokonaj obserwacji charakterystyk czasowych i widmowych sygnałów na wejściu i wyjściu układu o charakterystyce widmowej:
 - ✓ dolnoprzepustowej;
 - ✓ górnoprzepustowej;
 - ✓ środkowoprzepustowej;
 - ✓ środkowozaporowej;



Rys. 5. Schemat blokowy do określania charakterystyk częstotliwościowych sygnału wyjściowego przy pomocy programu DasyLab

- Wartości częstotliwości granicznych określających pasmo przepustowe układu poda prowadzący ćwiczenie.
- Zbuduj schematy blokowe umożliwiające obliczanie charakterystyk statystycznych sygnałów stochastycznych (wartość średnią, skuteczną, odchylenie standardowe, wariancję);
- Przygotuj układ do analizy widmowej sygnału utworzonego przez zsumowanie sygnału deterministycznego i stochastycznego na wyjściu filtrów o charakterystykach:
 - ✓ dolnoprzepustowej;
 - ✓ górnoprzepustowej;
 - ✓ środkowoprzepustowej;
 - ✓ środkowozaporowej;
- Zarejestruj i przeprowadź analizę otrzymanych przebiegów.

Sprawozdanie powinno zawierać:

- schematy blokowe używane w trakcie wykonywania ćwiczenia;
- przebiegi sygnałów wskazanych przez prowadzącego ćwiczenie;

- obliczenia transmitancji filtrów oraz widma amplitudowo-fazowego sygnału wyjściowego filtru przy podaniu na jego wejście sygnału wskazanego przez prowadzącego ćwiczenie;
- porównanie wyników obliczeń z przebiegami uzyskanymi w trakcie wykonywania ćwiczenia.

3. PYTANIA KONTROLNE

1. Zdefiniuj pojęcie funkcji autokorelacji i korelacji wzajemnej.
2. Podaj właściwości funkcji autokorelacji.
3. Czy na podstawie funkcji autokorelacji można odtworzyć sygnał $x(t)$?
4. Wymień znane Ci zastosowania funkcji autokorelacji.
5. Przedstaw schemat prostego układu realizującego pomiar funkcji autokorelacji.
6. Narysuj schemat elektryczny i omów charakterystyki częstotliwościowe filtru dolnoprzepustowego, górnoprzepustowego, itp.
7. Zdefiniuj pojęcie stacjonarności procesu stochastycznego.
8. Zdefiniuj pojęcie ergodyczności procesu stochastycznego.
9. Podaj zależności między sygnałem na wyjściu i wejściu układu liniowego.
10. Wymień znane Ci charakterystyki statystyczne procesu stochastycznego.
11. Podaj sens fizyczny charakterystyk statystycznych procesu stochastycznego.
12. Co to jest pasmo przepuszczania filtru?
13. Zdefiniuj pojęcie dobroci układu.

4. LITERATURA

1. Szabatin J.: Podstawy teorii sygnałów. WKŁ, 2007r.
2. Wojciechowski J.M.: Sygnały i systemy. WKŁ, 2009.
3. Zieliński T. P.: Cyfrowe przetwarzanie sygnałów. Od teorii do zastosowań. WKŁ, 2009.
4. Chaciński H.: Teoria sygnałów i modulacji: ćwiczenia laboratoryjne]. Warszawa. OW Politechniki Warszawskiej, 2005.
5. Biernacki R.: Zbiór zadań z teorii sygnałów i teorii. Warszawa. Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2003.

WYMAGANIA BHP

Warunkiem przystąpienia do praktycznej realizacji ćwiczenia jest zapoznanie się z instrukcją BHP i instrukcją przeciwpożarową oraz przestrzeganie zasad w nich zawartych. Wybrane urządzenia dostępne na stanowisku laboratoryjnym mogą posiadać instrukcje stanowiskowe. Przed rozpoczęciem pracy należy zapoznać się z instrukcjami stanowiskowymi wskazanymi przez prowadzącego.

W trakcie zajęć laboratoryjnych należy przestrzegać następujących zasad.

- ♦ Sprawdzić, czy urządzenia dostępne na stanowisku laboratoryjnym są w stanie kompletnym, nie wskazującym na fizyczne uszkodzenie.
- ♦ Sprawdzić prawidłowość połączeń urządzeń.
- ♦ Załączenie napięcia do układu pomiarowego może się odbywać po wyrażeniu zgody przez prowadzącego.
- ♦ Przyrządy pomiarowe należy ustawić w sposób zapewniający stałą obserwację, bez konieczności nachylania się nad innymi elementami układu znajdującymi się pod napięciem.
- ♦ Zabronione jest dokonywanie jakichkolwiek przełączeń oraz wymiana elementów składowych stanowiska pod napięciem.
- ♦ Zmiana konfiguracji stanowiska i połączeń w badanym układzie może się odbywać wyłącznie w porozumieniu z prowadzącym zajęcia.
- ♦ W przypadku zaniku napięcia zasilającego należy niezwłocznie wyłączyć wszystkie urządzenia.
- ♦ Stwierdzone wszelkie braki w wyposażeniu stanowiska oraz nieprawidłowości w funkcjonowaniu sprzętu należy przekazywać prowadzącemu zajęcia.
- ♦ Zabrania się samodzielnego włączania, manipulowania i korzystania z urządzeń nie należących do danego ćwiczenia.
- ♦ W przypadku wystąpienia porażenia prądem elektrycznym należy niezwłocznie wyłączyć zasilanie stanowisk laboratoryjnych za pomocą wyłącznika bezpieczeństwa, dostępnego na każdej tablicy rozdzielczej w laboratorium. Przed odłączeniem napięcia nie dotykać porażonego.